SOLUTIONS

Solution 1 :

1°/ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt{x^2+4} = \sqrt{4} = 2$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^2}{x^2+2} + 2 = 2$$

On a : $\lim\limits_{0} f = 2 = f(0)$ d'où f est continue en 0 .

2°/

a) $$\lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \left(\frac{\frac{x^2}{x^2+2}}{x} \right)$$

$$= \lim_{x\to 0^-} \frac{x}{x^2+x} = 0 = f_g'(0)$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x} =$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{(x^2+4-4)}{x(\sqrt{x^2+4}+2)}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{x}{\sqrt{x^2+4}+2} = 0 = f_d'(0)$$

On a : $f_g'(0) = f_d'(0)$ d'où f est dérivable en 0 et $f'(0) = 0$

b) C_f admet au points A(0,2) une tangente horizontale d'équation

$$D : y = f'(0)x + f(0) = 2$$